

Trois formes d'argumentation dans les mathématiques grecques : preuves, procédures, algorithmes

1. Le langage des preuves

1a) Preuve géométrique “pure” : c'est le style canonique. Lisons *El. III.2* :

| | |
|---|---|
| Ἐὰν κύκλου ἐπὶ τῆς περιφερείας ληφθῆ δύο τυχόντα σημεῖα, ἢ ἐπὶ τὰ σημεῖα ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου. | Si deux points sont pris au hasard sur la circonférence d'un cercle, la droite joignant ces points tombera à l'intérieur du cercle. |
| Ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓ, καὶ ἐπὶ τῆς περιφερείας αὐτοῦ εἰλήφθω δύο τυχόντα σημεῖα τὰ Α, Β· λέγω, ὅτι ἢ ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ Β ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου. | Soit un cercle ΑΒΓ, et que sur sa circonférence soient pris au hasard deux points Α, Β : je dis que la droite joignant Α à Β tombera à l'intérieur du cercle. |
| Μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, πιπτέτω ἐκτὸς ὡς ἡ ΑΕΒ, καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓ κύκλου, καὶ ἔστω τὸ Δ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΔΑ, ΔΒ, καὶ διήχθω ἡ ΔΖΕ. | Sinon en effet qu'elle tombe, si c'est possible, à l'extérieur comme ΑΕΒ, et que soit pris le centre du cercle ΑΒΓ, et que ce soit Δ, et que des droites ΔΑ, ΔΒ soient jointes, et que soit conduite ΔΖΕ. |
| Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΔΑ τῇ ΔΒ, ἴση ἄρα καὶ γωνία ἢ ὑπὸ ΔΑΕ τῇ ὑπὸ ΔΒΕ· καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ ΔΑΕ μία πλευρὰ προσεκβέβληται ἡ ΑΕΒ, μείζων ἄρα ἢ ὑπὸ ΔΕΒ γωνία τῆς ὑπὸ ΔΑΕ. | Puisque alors ΔΑ est égale à ΔΒ, un angle ΔΑΕ est donc aussi égal à ΔΒΕ ; et puisque un seul côté ΑΕΒ d'un triangle ΔΑΕ a été prolongé, l'angle ΔΕΒ est donc plus grand que ΔΑΕ. |
| ἴση δὲ ἢ ὑπὸ ΔΑΕ τῇ ὑπὸ ΔΒΕ· μείζων ἄρα ἢ ὑπὸ ΔΕΒ τῆς ὑπὸ ΔΒΕ. ὑπὸ δὲ τὴν μείζονα γωνίαν ἢ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει· μείζων ἄρα ἢ ΔΒ τῆς ΔΕ. ἴση δὲ ἢ ΔΒ τῇ ΔΖ. μείζων ἄρα ἢ ΔΖ τῆς ΔΕ ἢ ἐλάττω τῆς μείζονος· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἢ ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ Β ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐκτὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου. ὁμοίως δὲ δεῖξομεν, ὅτι οὐδὲ ἐπ' αὐτῆς τῆς περιφερείας· ἐντὸς ἄρα. | Et ΔΑΕ est égal à ΔΒΕ ; ΔΕΒ est donc plus grand que ΔΒΕ. Or le plus grand côté se tend sous le plus grand angle ; ΔΒ est donc plus grand que ΔΕ. Et ΔΒ est égale à ΔΖ ; ΔΖ est donc plus grande que ΔΕ, la plus petite que la plus grande ; ce qui est impossible. Non donc : la droite joignant Α à Β tombera à l'extérieur du cercle. Alors semblablement nous démontrerons qu'elle ne tombera pas non plus sur la circonférence elle-même : <elle tombera> donc à l'intérieur. |
| Ἐὰν ἄρα κύκλου ἐπὶ τῆς περιφερείας ληφθῆ δύο τυχόντα σημεῖα, ἢ ἐπὶ τὰ σημεῖα ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι. | Si donc deux points sont pris au hasard sur la circonférence d'un cercle, la droite joignant ces points tombera à l'intérieur du cercle. |

Les séries des connecteurs extraits de la proposition :

| | |
|--|---|
| ἐὰν | si |
| καὶ | et |
| ὅτι | que |
| γάρ, ἀλλ' εἰ, καὶ, καὶ, καὶ, καὶ | en effet, sinon, et, et, et, et |
| ἐπεὶ οὖν, ἄρα καὶ, καὶ ἐπεὶ, ἄρα | puisque alors, donc aussi, et puisque, donc |
| δὲ, ἄρα, δὲ, ἄρα, δὲ, ἄρα, οὐκ ἄρα, δὲ, ὅτι, οὐδὲ, ἄρα | et, donc, et, donc, et, donc, non donc, alors, que, ne...pas non plus, donc |
| ἐὰν ἄρα | si donc |

1b) Le format est celui typique d'une preuve géométrique (particules et connecteurs, temps et modes verbaux, lettrage), mais les désignations (lettrées) des objets sont accompagnées par des nombres qui expriment leur veleur. Un exemple se trouve dans *Metrica* I.33 :

| | |
|---|---|
| ἐπεὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΔ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΒΔΕ, τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΑΔ μονάδων ἐστὶ μθ, ἔσται ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΔΕ μονάδων μθ. | Et puisque le <carré> sur ΑΔ est égal au <rectangle contenu> par ΒΔΕ, et le <carré> sur ΑΔ est de 49 unités, le <rectangle contenu> par ΒΔΕ sera donc de 49 unités. |
| καὶ ἔστιν ἡ ΒΔ μονάδων ιδ· | Et ΒΔ est de 14 unités ; |
| ἡ ἄρα ΔΕ ἔσται μονάδων γ<· | ΔΕ sera donc de 3 1/2 unités ; |
| ἔστιν δὲ καὶ ἡ ΑΓ μονάδων ιδ· | mais en outre ΑΓ est de 14 unités ; |
| τοῦ ἄρα ΑΕΓ τμήματος, ὃ ἐστὶν ἔλασσον ἡμικυκλίου, τὸ ἐμβαδὸν ἔσται μονάδων, ὡς ἐμάθομεν, λδ η'. | l'aire du segment ΑΕΓ, lequel est plus petit qu'un demi-cercle, sera donc de 34 1/8 unités, comme nous l'avons appris. |
| καὶ ἐπεὶ ἡ μὲν ΒΔ ἐστὶ μονάδων ιδ, ἡ δὲ ΔΕ γ<, ἡ ἄρα ΒΕ διάμετρος ἔσται μονάδων ιζ<· | Et puisque d'une part ΒΔ est de 14 unités, d'autre part ΔΕ, 3 1/2, le diamètre ΒΕ sera donc de 17 1/2 unités ; |
| τοῦ ἄρα κύκλου τὸ ἐμβαδὸν, ὡς ἐμάθομεν, ἔσται ςμ< η'. | l'aire du cercle sera donc de 240 1/2 1/8 – comme nous l'avons appris–, |
| ὣν τὸ τοῦ ΑΕΓ τμήματος ἐμβαδὸν ἐστὶ μονάδων λδ η'. | dont l'aire du segment ΑΕΓ est de 34 1/8 unités ; |
| λοιπὸν ἄρα τὸ τοῦ ΑΒΓ τμήματος ἐμβαδὸν ἔσται μονάδων ςς<· | l'aire du segment ΑΒΓ restant sera donc de 206 1/2 unités. |

1c) Calcul avec le format stylistique d'une preuve et contenant des références géométriques systématiques, mais sans lettrage ou presque. Un exemple se trouve dans *Metrica* II.13 :

| | |
|---|--|
| ἐπεὶ γὰρ ἡ ΑΖ ἐστὶ μονάδων ιδ, καὶ ἔστιν ἐκ τοῦ κέντρου, ἡ ἄρα διάμετρος ἐστὶ μονάδων κη· | Puisqu'en effet ΑΖ est de 14 unités et que c'est un rayon, le diamètre est donc de 28 unités ; |
| ὥστε ἡ περιφέρεια τοῦ κύκλου γίγνεται μονάδων πη· | de sorte qu'en résulte la circonférence du cercle de 88 unités ; |
| ἀπλωθεῖσα ἄρα ἡ σπεῖρα καὶ γενομένη ὡς κύλινδρος ἔξει τὸ μήκος μονάδων πη· | le tore déroulé et devenu comme un cylindre aura donc une longueur de 88 unités ; |
| καὶ ἔστιν ἡ διάμετρος τῆς βάσεως τοῦ κυλίνδρου, τουτέστιν ἡ ΒΓ, μονάδων ιβ· | et le diamètre de la base du cylindre, c'est-à-dire ΒΓ, est de 12 unités ; |
| ὥστε τὸ στερεὸν τοῦ κυλίνδρου πάλιν ἰθλγς δ ζ'· | de sorte que le volume du cylindre est à nouveau 9956 4-7 ^e . |

1d) Une intrusion du langage procédural (sect. suivante) dans un contexte strictement géométrique. Lisons la première occurrence en *El.* XII.10 :

τέμνοντες δὴ τὰς ὑπολειπομένας περιφερείας δίχα καὶ ἐπιζευγνύοντες εὐθείας καὶ ἀνιστάντες ἐφ' ἐκάστου τῶν τριγῶνων πρίσματα ἰσοῦψῆ τῷ κυλίνδρῳ καὶ τοῦτο αἰεὶ ποιῶντες καταλείψομεν τινα ἀπομήματα τοῦ κυλίνδρου, ἃ ἔσται ἐλάττονα τῆς ὑπεροχῆς, ἣ ὑπερέχει ὁ κύλινδρος τοῦ τριπλασίου τοῦ κώνου.

Alors coupant les arcs restants à moitié et joignant des droites et élevant sur chacun des triangles des prismes égaux en hauteur au cylindre et faisant ceci en succession nous laisserons certains segments du cylindre, qui seront plus petits que l'excès par lequel le cylindre excède le triple du cône.

2. Le langage des procédures

2a) La description est formulée à la première personne singulière ou plurielle de l'indicatif présent ou futur. Lisons la μέθοδος « procédure » qui est validée par la chaîne des données du *De polygonis numeris* de Diophante. Noter que l'auteur la fait précéder d'une considération sur son caractère « didactique»:

Nous décrirons encore cela d'une manière plus didactique pour ceux qui désirent apprendre plus facilement, par moyens de procédures, ce qui est cherché.

En effet, prenant le côté du polygone, doublant toujours nous retrancherons une unité, et multipliant le reste par le nombre plus petit par une dyade que la multipliecié des angles [et] nous ajouterons toujours au résultat une dyade, et prenant le carré sur le résultat nous en retrancherons le <carré> sur le <nombre> plus petit par une tétrade que la multipliecié des angles, et divisant le reste par l'octuple du <nombre> plus petit par une dyade que la multipliecié des angles nous trouverons le polygone cherché.

De nouveau, le polygone même étant donné, nous trouverons le côté ainsi : en effet, le multipliant par l'octuple du <nombre> plus petit par une dyade que la multipliecié des angles et ajoutant au résultat le carré sur le <nombre> plus petit par une tétrade que la multipliecié des angles nous trouverons un carré, si toutefois le <nombre> assigné est polygone, et retrancheant toujours une dyade du côté de ce carré nous diviserons le reste par le <nombre> plus petit par une dyade que la multipliecié des angles, et ajoutant une unité au résultat et prenant la moitié du résultat nous aurons le côté du polygone cherché.

Algorithme direct

| | | | | |
|---------------|-------------------|---------------------|------------------|------------|
| prenant | doublant toujours | multipliant | prenant le carré | divisant |
| retrancherons | | ajouterons toujours | retrancherons | trouverons |

Algorithme inverse

| | | | | |
|-------------|----------|-----------------------|----------|-------------------|
| multipliant | ajoutant | retrancheant toujours | ajoutant | prenant la moitié |
| trouverons | | diviserons | aurons | |

La chaîne des opérations et la liste des objets :

En effet, prenant (1) doublant toujours (*) nous retrancherons (3), et multipliant (4) [et] nous ajouterons toujours (5), et prenant le carré sur (6) nous {en} retrancherons (7), et divisant (8) nous trouverons (9).

De nouveau, (9) étant donné, nous trouverons le côté ainsi : en effet, {le} multipliant (8) et ajoutant (7) nous trouverons (6), si toutefois le <nombre> assigné est polygone, et retrancheant toujours (5) nous diviserons (4), et ajoutant (3) et prenant la moitié (2) nous aurons (1).

| | | |
|---|---|--|
| 1 | le côté du polygone | le côté du polygone cherché |
| 2 | * | du résultat |
| 3 | une unité | une unité au résultat |
| 4 | le reste par le nombre plus petit par une dyade que la multipliecié des angles | le reste par le <nombre> plus petit par une dyade que la multipliecié des angles |
| 5 | au résultat une dyade | une dyade du côté de ce carré |
| 6 | le résultat | un carré |
| 7 | en [...] le <carré> sur le <nombre> plus petit par une tétrade que la multipliecié des angles | au résultat le carré sur le <nombre> plus petit par une tétrade que la multipliecié des angles |
| 8 | le reste par l'octuple du <nombre> plus petit par une dyade que la multipliecié des angles | le [...] par l'octuple du <nombre> plus petit par une dyade que la multipliecié des angles |
| 9 | le polygone cherché | le polygone même |

Des procédures bien développées comme celle ci-dessus ne se trouvent pas dans les *Metrica* ; nous en lisons un exemple assez long en I.26 :

| | |
|--|---|
| καὶ ἀνάπαλιν δὲ, ἐὰν δοθῆ ἡ περίμετρος μονάδων μδ, καὶ βουλώμεθα τὴν διάμετρον εὐρεῖν, ποιήσομεν τὰ μδ ἑπτάκις καὶ τῶν γενομένων τὸ κβ' λαβόντες ἕξομεν τὴν διάμετρον· ἔστι δὲ ιδ. | Et inversement aussi, si le périmètre est donné de 44 unités et que nous voulions trouver le diamètre, nous ferons les 44 sept fois et prenant le 22 ^e de ce qui en résulte nous aurons le diamètre ; et c'est 14. |
| δείκνυσι δὲ ὁ αὐτὸς Ἀρχιμήδης ἐν τῇ τοῦ κύκλου μετρήσει ὅτι τὸ ὑπὸ τῆς περιφερείας τοῦ κύκλου καὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου διπλάσιόν ἐστι τοῦ κύκλου· | Et le même Archimède démontre dans <i>La mesure du cercle</i> , que le <rectangle contenu> par la circonférence du cercle et le rayon est double du cercle ; |
| ὥστε ἐὰν δοθῆ ἡ περίμετρος μονάδων μδ, λαβόντες τῆς διαμέτρου τὸ ἥμισυ· εἰσὶ δὲ μονάδες ζ' πολλαπλασιάσομεν ἐπὶ τὰ μδ· καὶ τῶν γενομένων τὸ ἥμισυ λαβόντες· εἰσὶ δὲ μονάδες ρνδ· τοσοῦτου ἀποφανούμεθα τὸ ἔμβαδόν τοῦ κύκλου. | de sorte que si le périmètre est donné de 44 unités, prenant la moitié du diamètre – et ce sont 7 unités – nous les multiplierons par les 44, et prenant la moitié de ce qui en résulte – et ce sont 154 unités – nous déclarerons que l'aire du cercle est autant que cela. |
| Ἐὰν δέη χωρίου τινὸς δοθέντος ἤτοι εὐθυγράμμου ἢ οἰουδηποτοῦν τούτῳ ἴσον κύκλον πορίσασθαι, λαβόντες τὸ ἔμβαδόν τοῦ χωρίου· ἔστω δὲ μονάδων ρνδ· τούτων τὰ ιδ ἐνδέκατα· ἃ γίγνεται ρζς· καὶ τούτων πάλιν λαβόντες πλευράν· ἔστι δὲ μονάδων ιδ· τοσοῦτου ἀποφανούμεθα τὴν τοῦ κύκλου διάμετρον. | Et si, étant donné un certain domaine, ou bien rectiligne ou bien quelconque, il faut fournir un cercle égal à celui-ci, prenant l'aire du domaine – et qu'elle soit de 154 unités –, de ceux-ci, les 14 onzièmes, qui deviennent 196, et à nouveau prenant un côté de ceux-ci – et il est de 14 unités – nous déclarerons le diamètre du cercle autant que cela. |

2b) La description est formulée de manière prescriptive : un seul δέῖ initial dans son régime une séquence de phrases déclaratives conjointes, éventuellement accompagnées par des participes. Lisons-en un exemple extrait de *Metrica* II.18, où il est question de mesurer un icosaèdre :

δεήσει ἄρα τὰ ι ἐπὶ τὰ ργ ποιῆσαι καὶ τῶν γενομένων λαβεῖν τὸ ρκζ' καὶ ἔχειν τὴν τῆς πυραμίδος κάθετον· καὶ λαβόντα τὸ ἔμβαδόν τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἰσοπλεύρου καὶ εἰκοσάκι ποιήσαντα πολλαπλασιάσαι ἐπὶ τὴν εἰρημένην κάθετον καὶ τῶν γενομένων τὸ τρίτον λαβόντα ἀποφαίνεσθαι τὸ τοῦ εἰκοσαέδρου στερεόν.

Il faudra faire les 10 par les 93 et de ce qui en résulte prendre le 127^e, et avoir <ainsi> la perpendiculaire de la pyramide, et prenant la surface du triangle équilatéral ΑΒΓ et en la faisant 20 fois la multiplier par ladite perpendiculaire, et prenant le tiers de ce qui en résulte déclarer le volume de l'icosaèdre.

Si nous excluons la valeur 10 du côté de l'icosaèdre, la prescription contient seulement des paramètres fixes.

Une procédure seulement métaprescriptive et sans des données numériques se trouve en *Metrica* II.10, où nous trouvons seulement la description d'une opération géométrique et des renvois a des procédé généraux de mesure :

| | |
|---|---|
| δεήσει ἄρα ποιῆσαι ὡς τὴν ΔΕ διάμετρον πρὸς τὴν ΖΗ, προστεθείσης τῇ ΑΒ τῆς ΑΓ, τὴν ΒΓ πρὸς ΓΑ· | Il faudra donc faire que comme le diamètre ΔΕ est relativement à ΖΗ, ΒΓ le soit relativement à ΓΑ, ΑΓ ayant été ajouté à Α ; |
| καὶ διελόντι ὡς ἡ τῶν ΔΕ ΖΗ ὑπεροχὴ πρὸς τὴν ΖΗ, ἢ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ. | et, par séparation, comme l'excès des ΔΕ, ΖΗ relativement à ΖΗ, <ainsi est> ΒΑ relativement à ΑΓ. |
| καὶ μετρήσαι τὸν κώνον, οὗ βάσις μὲν ὁ περὶ τὸ Β κέντρον κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Γ σημεῖον, καὶ ἀπὸ τούτου ἀφελεῖν τὸν κώνον, οὗ βάσις μὲν ὁ περὶ τὸ Α κέντρον κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Γ σημεῖον, | Et mesurer le cône, dont d'une part la base est le cercle autour du centre Β, d'autre part le sommet, le point Γ, et retrancher de celui-ci le cône dont d'une part la base est le cercle autour du centre Α, d'autre part le sommet, le point Γ. |

| | |
|---|--|
| καὶ λοιπὸν ἀποφαίνεσθαι τὸ στερεὸν τοῦ κολούρου κώνου : | et enfin déclarer le volume du cône tronqué. |
|---|--|

2c) La troisième espèce est une contamination de la précédente et de la première de la prochaine section ; lisons *Metrica* I.2:

| | |
|---|--|
| τὰ μὲν γ ἐπὶ τὰ δ ποιήσαντα λαβεῖν τὸ ἥμισυ τούτων· γίνεται ς. τοσούτων τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τριγώνου. | en faisant les 3 par les 4, prendre la moitié de ceux-ci ; il en résulte 6 ; autant que cela est l'aire du triangle. |
| καὶ τὴν ὑποτείνουσαν τὰ γ ἐφ' ἑαυτὰ ποιήσαντα καὶ ὁμοίως τὰ δ ἐφ' ἑαυτὰ ποιήσαντα συνθεῖναι· καὶ γίγνεται κε. | Et l'hypoténuse : en faisant les 3 par eux-mêmes et semblablement en faisant les 4 par eux-mêmes, ajouter ; et en résultent 25 ; |
| καὶ τούτων πλευρὰν λαβόντα ἔχειν τοῦ τριγώνου τὴν ὑποτείνουσαν. | et en prenant un côté de ceux-ci avoir l'hypoténuse du triangle. |

Le flux procédural est ici entremêlé de renvois au résultat, qui sont à l'indicatif.

Dans chacune des ces espèces, la généralité d'un passage, en particulier s'il contient un paramètre fixe, peut être signalée par des adverbes : αἰ « toujours », καθόλου / καθολικῶς « en général ». Ces adverbes sont rares dans les *Metrica*, plus fréquents dans les compilations tardives du *corpus* du métrologique.

Un exemple montre que le langage des procédures est un trait stylistique marquant. Lisons, dans *Metrica* II.20, la description d'une méthode pour mesurer le volume d'un solide irrégulier :

| | |
|---|---|
| ἐὰν γὰρ προσπλασθῆ τὸ ἄτακτον σῶμα κηρῷ ἢ πηλῷ, ὥστε γενέσθαι ἀποκρυβέν πάντη ὀρθογώνιον, καὶ τοῦτο μετρήσαντες ἀφέλωμεν τὸν πηλὸν καὶ ὀρθογώνιον πλάσαντες ἐκμετρήσωμεν καὶ ἀφέλωμεν ἀπὸ τοῦ πρότερον μετρηθέντος τὸ καταλειπόμενον, ἀποφανόμεθα τὸ τοῦ σώματος στερεόν· | Car si le corps irrégulier est susceptible d'être augmenté par de la cire ou de l'argile de sorte qu'enveloppé, il devienne totalement orthogonal, et que mesurant cela nous retirons l'argile et façonnant un <corps> orthogonal nous <le> mesurons et que nous retranchons ce qui reste du premier <corps> mesuré nous déclarerons le volume du corps ; |
|---|---|

3. Le langage des algorithmes

Ce sont les procédés qui caractérisent les *Metrica*. On en reconnaît trois espèces, qui peuvent aussi donner lieu à des hybrides.

3a) La procédure est formulée de manière prescriptive, à la deuxième personne singulière de l'impératif ; le ton est donc interlocutif, mais cette connotation est seulement un trait stylistique. Tous les passages ne sont pas exprimés de façon prescriptive : la forme verbale qui identifie le résultat se réfère à l'objet obtenu. Un exemple paradigmatique en sont les deux célèbres algorithmes qui ouvrent *Metrica* I.8 (la courte prescription finale du deuxième algorithme est de la forme 2a) ; Héron appelle le premier μέθοδος et déclare qu'il s'agit d'une « synthèse ». Pour apprécier le jeu des variantes nous lisons aussi la reprise du premier algorithme à la fin de la proposition :

| | |
|---|---|
| οἷον ἔστωσαν αἱ τοῦ τριγώνου πλευραὶ μονάδων ζ η θ. | Par exemple que les côtés du triangle soient de 7, 8, 9 unités. |
|---|---|

| | |
|--|--|
| σύνθεσ τὰ ζ καὶ τὰ η καὶ τὰ θ· γίγνεται κδ. | Compose les 7 et les 8 et les 9 : il en résulte 24. |
| τούτων λαβὲ τὸ ἥμισυ· γίγνεται ιβ. | De ceux-ci prends la moitié : il en résulte 12. |
| ἄφελε τὰς ζ μονάδας· λοιπαὶ ε. | Retranche les 7 unités : 5 restantes. |
| πάλιν ἄφελε ἀπὸ τῶν ιβ τὰς η· λοιπαὶ δ. | A nouveau, des 12 retranche les 8 : 4 restantes. |
| καὶ ἔτι τὰς θ· λοιπαὶ γ. | et encore les 9 : 3 restantes. |
| ποίησον τὰ ιβ ἐπὶ τὰ ε· γίγνεται ξ. | Faits les 12 par les 5 : en résultent 60 ; |
| ταῦτα ἐπὶ τὰ δ· γίγνεται ςμ. | ceux-ci par les 4 : en résultent 240 ; |
| ταῦτα ἐπὶ τὰ γ· γίγνεται ψκ. | ceux-ci par les 3 : il en résulte 720 ; |
| τούτων λαβὲ πλευρὰν καὶ ἔσται τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τριγώνου. | de ceux-ci prends un côté et ce sera l'aire du triangle. |

| | |
|--|--|
| ἐπεὶ ὁ συνεγγίζων τῷ ψκ τετράγωνός ἐστιν ὁ ψκθ καὶ πλευρὰν ἔχει τὸν κζ, μέρισον τὰς ψκ εἰς τὸν κζ· γίγνεται κς καὶ τρίτα δύο. | Puisque le carré le plus proche de 720 est 729 et il a 27 comme côté, divise les 720 par le 27 : il en résulte 26 et deux tiers. |
| πρόσθεσ τὰς κζ· γίγνεται νγ τρίτα δύο. | Ajoute les 27 : il en résulte 53 et deux tiers. |
| τούτων τὸ ἥμισυ· γίγνεται κς < γ'. | De ceux-ci la moitié : il en résulte 26 1/2 1/3. |
| ἔσται ἄρα τοῦ ψκ ἡ πλευρὰ ἔγγιστα τὰ κς < γ'. | Le côté approché de 720 sera donc 26 1/2 1/3. |
| τὰ γὰρ κς < γ' ἐφ' ἑαυτὰ· γίγνεται ψκ λς'. | En effet, 26 1/2 1/3 par eux-mêmes : il en résulte 720 1/36 ; |
| ὥστε τὸ διάφορον μονάδος ἐστὶ μόριον λς'. | de sorte que la différence est une 36e part d'unité. |
| ἐὰν δὲ βουλόμεθα ἐν ἐλάσσονι μορίῳ τοῦ λς' τὴν διαφορὰν γίνεσθαι, ἀντὶ τοῦ ψκθ τάξομεν τὰ νῦν εὑρεθέντα ψκ καὶ λς', καὶ ταῦτὰ ποιήσαντες εὐρήσομεν πολλῶ ἐλάττονα τοῦ λς' τὴν διαφορὰν γιγνομένην. | Et si nous voulons que la différence se produise par une part plus petite que le 1/36, au lieu de 729, nous placerons les 720 et 1/36 maintenant trouvés, et faisant les mêmes choses nous trouverons que la différence en résulte inférieure, de beaucoup, au 1/36. |

| | |
|---|---|
| ἔστω ἡ μὲν AB μονάδων ιγ, ἡ δὲ ΒΓ μονάδων ιδ, ἡ δὲ ΑΓ μονάδων ιε. | soit d'une part AB de 13 unités, d'autre part ΒΓ de 14 unités et ΑΓ de 15 unités. |
| σύνθεσ τὰ ιγ καὶ ιδ καὶ ιε· καὶ γίγνεται μβ. | Compose les 13 et 14 et 15 : et il en résulte 42. |
| ὦν ἥμισυ· γίγνεται κα. | De ceux-ci la moitié : il en résulte 21. |
| ὑφέλε τὰς ιγ· λοιπαὶ η. | Soustrais les 13 : 8 restantes ; |
| εἶτα τὰς ιδ· λοιπαὶ ζ. | ensuite les 14 : 7 restantes ; |
| καὶ ἔτι τὰς ιε· λοιπαὶ ς. | et encore les 15 : 6 restantes. |
| τὰ κα ἐπὶ τὰ η, | Les 21 par les 8 |
| καὶ τὰ γενόμενα ἐπὶ τὸν ζ, | et ce qui en résulte par les 7, |
| καὶ ἔτι τὰ γενόμενα ἐπὶ τὸν ς· | et encore ce qui en résulte par les 6 : |
| συνάγονται ζνς. | 7056 sont rassemblées ; |
| τούτων πλευρὰ πδ. τοσούτου ἔσται τοῦ τριγώνου τὸ ἐμβαδόν. | de ceux-ci un côté : 84. Autant que cela sera l'aire du triangle. |

3b) L'algorithme contient des références à des objets géométriques, mais garde les modes et temps verbaux typiques de l'espèce 3a ; un exemple en est *Metrica* III.4 :

| | |
|---|--|
| ἔστω γὰρ ἡ μὲν AB μονάδων ιγ, ἡ δὲ ΒΓ μονάδων ιδ, ἡ δε ΓΑ μονάδων ιε. | Soit en effet d'une part AB de 13 unités, d'autre part ΒΓ de 14 unités et ΓΑ de 15 unités. |
| ἔστω δὲ καὶ τὸ ΔΕΖ τρίγωνον μονάδων κδ. | <le triangle ΑΒΓ sera donc de 84 unités>. Mais en outre que le triangle ΔΕΖ soit de 24 unités. |
| λοιπὰ ἄρα τὰ ΑΔΕ ΔΒΖ ΕΖΓ τρίγωνα ἔσται ἀνὰ μονάδων κ. | Les triangles ΑΔΕ, ΔΒΖ, ΕΖΓ restants seront donc chacun de 20 unités. |
| πολλαπλασίασον τὰ πδ ἐπὶ τὰ κ· γίγνεται ,αχπ. | Multiplie les 84 par les 20 : il en résulte 1 680. |
| ταῦτα τετράκι· γίγνεται ,ςψκ. | Ceux-ci, quatre fois : il en résulte 6 720. |
| καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΗ κάθετός ἐστι μονάδων ιβ, ἐφ' ἑαυτὰ γίγνεται ρμδ. | Et puisque la perpendiculaire ΑΗ est de 12 unités, <multiplie> par eux-mêmes : il en résulte 144 ; |
| μέρισον τὰ ,ςψκ παρὰ τὸν ρμδ· γίγνεται μς β γ'. | divise les 6 720 par le 144 : il en résulte 46 <2/3> ; |

| | |
|--|--|
| καὶ ἔστιν ἡ ΒΓ μονάδων ἰδ· ἔσται ἄρα καὶ ἡ μὲν ΒΖ ὡς ἔγγιστα μονάδων ἢ <᾽ καὶ ἡ ΖΓ μονάδων ε <᾽. | et ΒΓ est de 14 unités : ΒΖ sera donc, à très peu près, de 8 unités <1/2> et ΖΓ de 5 unités 1/2. |
| καὶ ποιήσον ὡς τὰ ἰδ πρὸς τὰ ε <᾽, οὕτω τὰ ιε πρὸς ἄλλον τινά· γίγνεται μονάδων ε κε κη'. | Et fais que comme sont les 14 relativement aux 5 1/2, ainsi soient les 15 relativement à un certain autre <nombre> : il en résulte 5 unités 25-28°. |
| πάλιν ὡς τὰ ἰδ πρὸς τὰ ε <᾽, οὕτω τὰ ιγ πρὸς ἄλλον τινά· γίγνεται πρὸς μονάδας ε καὶ γ κη'. | A nouveau, fais que comme sont les 14 relativement aux 5 1/2, ainsi soient les 13 relativement à un certain autre <nombre> : il en résulte que c'est relativement à 5 unités et 3-28°. |
| γίγνεται ἡ ΒΔ μονάδων ε καὶ γ κη'. | Il en résulte ΒΔ de 5 unités et 3-28°. |

3c) L'algorithme est formulé à la première personne singulière ou plurielle de l'indicatif présent ou futur. Lisons un exemple qui est édité en *Stereom.* I.16, où il est question de mesurer un cône tronqué à partir des diamètres de base et de la hauteur ; le texte mélange les registres interlocutif et personnel :

ἔστω ἡ διάμετρος τοῦ μείζονος κύκλου ποδῶν ς, τοῦ δὲ ἐλάττονος ποδῶν β, ἡ δὲ κάθετος ποδῶν δ. ποιῶ οὕτως· τὰ ς ἐφ' ἑαυτά· γίνονται λς· καὶ τὰ β ἐφ' ἑαυτά· γίνονται δ· ὁμοῦ μ. καὶ τὰ ς ἐπολυπλασίασα ἐπὶ τὰ β· γίνονται ιβ· καὶ ταῦτα προσέθηκα τοῖς μ· γίνονται ιβ· ταῦτα τετράκεις, τουτέστιν ἐπὶ τὴν κάθετον· γίνονται ση· ποιήσον ἔνδεκάκεις· γίνονται βσπη· τούτων τὸ μβ'· γίνονται νδ καὶ κ μβ' μβ', τουτέστι νδ γ' ζ'. τοσούτου ἔστιν ἄρα τὸ στερεόν.

Soit le diamètre du cercle plus grand de 6 pieds, du plus petit de 2 pieds, la hauteur de 4 pieds. Je fais de la façon suivante : les 6 par eux-mêmes : il en résulte 36; et les 2 par eux-mêmes : il en résulte 4: ensemble 40. Et j'ai multiplié les 6 par les 2 : il en résulte 12 ; et j'ai ajouté ceux-ci aux 40: il en résulte 52; ceux-ci quatre fois, c'est-à-dire par la hauteur : il en résulte 208; fais onze fois : il en résulte 2288 ; de ceux-ci, 1/42: il en résulte 54 et 20/42, c'est-à-dire 54 1/3 1/7. Autant que cela est donc le volume.