

Techniques d'exposition et méthodes de résolution dans les ouvrages franco-occitans d'arithmétique commerciale du XV<sup>e</sup> siècle – Exemplier

Maryvonne Spiesser, université Toulouse 3

**Opérations. Exemple de l'addition des entiers**

**Extrait n°1 : *Traicté de la pratique d'algorithmes*, ca 1476, fol. 8rv**

Adjouter est plusieurs nombres mettre en un quelcun tout seul vaille autant comme tous les nombres adjoustez. [...]. Pour laquelle chose savoir faire il convient savoir que en adjoustant se trouvent deux nombres, c'est assavoir nombre simple et composé. Nombre simple est tout nombre qui se peut escrire ou poser par l'une des dix figures devant dictes comme 6 ou 0. Nombre composé est celluy qui par deux ou plusieurs figures se peut escrire comme 10 ou 12 ou 100. Pour savoir adjouster il convient pour le premier coucher les nombres que l'on veult adjouster l'un costé l'autre. Et en telle maniere que les figures simples soient a l'endroit l'une de l'autre. Et les diz a l'endroit des dizaines et pareillement des autres et tousjours doit l'on commencer de adjouster a la part dextre en continuant a senestre et puis faire ainsi que s'ensuit. Si par l'addicion de toutes les figures de un quelcun ordre il en viend nombre simple on le doit poser au dessoubz et l'endroit d'icelles figures adjoustees et s'il en viend nombre composé l'on doit coucher la figure simple du nombre composé et garder la 10<sup>me</sup> ou les 10<sup>nes</sup> pour les adjouster avec les figures prochaines ensuyvants se aucunes en y a. Et se nulles figures y a l'on doit poser ce que l'on garde en maniere que ce soit le derrenier ordre du nombre adjouste.

Exemple.

7	0	8	3	0	
6	0	7	3	0	
3	0	5	2	0	
<hr/>					
1	6	2	0	8	0

Pour plus grand declaration des choses devant dictes est posé icy un exemple contenant toute la maniere de adjouster. Du quel exemple le premier ordre sont troys 0. Et pourtant est pose 0 au dessoubz et a l'endroit d'icelluy ordre. Item qui adjouste les figures du second ordre qui sont 332 montent 8 qui sont posez au dessoubz du second ordre. Item qui adjouste les figures du tiers ordre qui sont 875 montent 20 dont 0 est couché au dessoubz et restent les 2 qu'il fault adjouster avec les troys 0 du quart ordre montent 2 qui sont posez au dessoubz. Item qui adjouste les figures du quint ordre qui sont 763 montent 16 qui sont posez au dessoubz ainsi et par la maniere dicte es notables cy devant ; toute laquelle addition des troys nombres monte 162080 ainsi qu'il appert en l'exemple. Et a celle fin que plus facilement l'on puisse comprendre la maniere de adjouster sont cy apres posez plusieurs autres exemples sans declaration d'iceulx.

**Extrait n° 2 : Barthélemy de Romans, *Compendy de la pratique des nombres*, fol. 149v-150r**

Pour le second chapitre de adjoüster

Pour savoir adjoüster plusieurs nombres en ung est necessaire de savoir qu'ilz sont troys nombres qui se appellent simple, dizaine et plus que dizaine. Apres est de savoir qu'ilz sont troys regles pour adjoüster.

La premiere

Si par le adjoüster te viend nombre simple, escry celluy simple quel qu'il soit.

La seconde

Si par le adjoüster te viend dizaine, escry 0 et garde la figure de celle dizaine, laquelle compte et adjoüste avec le plus prochain ordre suyvant ou par soy < s'il > ne ensuyt riens.

La tierce

Si par le adjoüster te viend plus que dizaine, escry le plus et fay de la dizaine comme est dict dessus.

**Extrait n° 3 : *Arismatique*, fol. 4r**

Addicion est metre 2 sommes ou plusieurs sommes ensemble. En addicion convient 2 nombres c'est a dire le nombre que represente l'addicion et le nombre que on y veult adjoüster. Et doit estre mis le plus grant nombre dessus et le mendre dessoubz, chascun nombre en droit son nombre selon la valeur correspondant a son nombre. Et de telle addicion vendra le tiers nombre qui represente la somme du nombre total. Et dois commmancier a la premiere figure vers destres en alant vers senestre en adjoüstant celle de dessus avecques celle de dessoubz. Et de telle addicion vendra digis, articles et nombres composes. S'il en vient digit tu le dois metre au dessoubz d'icelle mesmes sans rien oster.

Et s'il en vient article tu dois metre cyffre dessoubz les 2 digis adjoüstes et finistras 1. Et s'il en vient nombre composé tu dois metre le digit du nombre composé au dessoubz des 2 digis adjoüstés et finistras le digit de ton article du nombre composé en le tenant en ta memoire.

Et le adjoüteras avecques les nombres de au dessus se aulcuns nombres y a. Et tireras une ligne au dessoubz qui departira le dist tiers nombre venu par addicion

Exemple

Nombres a	5	8	9	9	6
a dionfres	4	8	9	2	0
Et finistras a l'apour	1	1	6	8	6

Or commence doncques a destre en alant vers senestre et diras 2 et 5 ce sont 7, pose 7 dessoubz 2. Et puis va aux autres secondes et diras 5 et 5 ce sont 10. Pose 0 dessoubz les 5 et finistras 1 que tu tendras pour adjoüster avecques les figures de au dessus et diras 1 que tiens et 7 ce sont 8 et 8 ce sont 16. Pose 6 dessoubz 7 et tiens 1 que tu adjoüteras avec 4 ce sont 5 et 6 ce sont 11. Pose 1 dessoubz 4 et finistras 1 mis par ordre comme il appert dessus en ta figure.

**Extrait n° 4 : Jehan Certain, *Kadran aux marchans*, f. 3v-4v**

Adjoüster n'est autre chose que metre deux ou plusieurs sommes en une. Comme dire un marchand doit a un autre marchand une quantité d'argent en troys parties. A la premiere partie, doit 123 livres tournoises. A la seconde partie doit 12304 ll. A la tierce doit 953 ll. L'on demande combien doit en tout. Pource savoir vous devez escripre toutes lez sommes l'une soubz l'autre, le nombre droit au nombre et la disaine droit de la disaine et la centaine droit de la centaine et le millier droit du millier et ainsi des autres en telle maniere

1 2 3 4 ||  
 1 2 3 7 6 ||  
 9 5 3 ||

---

Et apres que toutes voz sommes sont ainsi escriptes vous devés commancer de adjouster a la premiere figure devers la main destre et adjouster toutes les figures de cet ordre ensemble en disant 3 et 6 sont 9 et 4 sont 13. Vous devés posez 3 dessoubz la barre que voyés en droit de celluy ordre et tenés ung car tout temps devés garder les disaines pour adjouster avec les autres figures venant apres. Et pourtant tenez une disaine. Puis au second ordre dictes 5 et 7 sont 12 et 3 sont 15 et 1 que tenés sont 16. Posés 6 qui est le surplus de dix en droit son ordre dessoubz la barre comme dit est et tenés une disaine car a chascun ordre devés garder voz disaines et les compter chascun pour ung en l'autre ordre car dix poins de ceulx qui sont en l'ordre devers la mains dextre ne vallent que ung de ceulx qui sont en l'autre ordre venant apres vers la main senestre. Puis au tiers ordre et dites 9 et 3 sont 12 et 2 sont 14 et 1 que tenés sont 15. Posés 5 dessoubz la barre en droit son ordre et tenés 1 comme devant car a chascun ordre devés garder les disaines. Puis au quart et dictes 2 et 1 sont 3 et 1 que tenés sont 4. Posés 4 et ne tenés rien. Puis au quint ordre et dire 1 n'est que 1, posés 1 car plus rien y a pour adjouster. Et ainsi troverés dessoubz la barre 14563 qui est les troys sommes adjoustees ensemblees comme pover voir par exemple.

Exemple

1 2 3 4 ||  
 1 2 3 7 6 ||  
 9 5 3 ||

---

1 4 5 6 3 ||

## Règle de trois

### Extrait n° 1 : *Traicté de la pratique d'algorisme, fol. 33r-34r*

S'ensuit la quarte partie de ce livre qui est de la regle de troys et comment elle se peut appliquer.

Ceste regle est appelee regle de troye pource que es raisons qui se font par ceste regle sont tousjours requis troys nombres desquelz le premier et le tiers doivent tousjours estre semblants en nombrant une chose. Et d'iceulx troys nombres en resulte ung autre qui est la raison et conclusion de ce que l'on veult savoir et est tousjours semblable au second nombre des troys. Ceste regle selon aucuns est appelee regle doree et selon autres regle des proportions. Les raisons et questions de ceste regle se forment en ceste maniere : se tant vault tant que vaudront tant ? Comme par exemple : se 6 valent 18 que vaudront 9 ? Pour faire telles raisons il en est une telle regle. Multiplie ce que veulz savoir par son contraire et puis partiz par son semblant. Ou multiplie le tiers nombre par le second et puis partiz par le premier. Exemple de la question devant dicte : Se 6 valent 18 que vaudront 9 ? Response : multiplie 9 que veulz savoir par 18 qui est son contraire et monte la multiplication 163, partiz par 6 qui est son semblant et trouveras 27. Et tant vaudront les 9, dont la maniere de poser les troys nombre si est telle :

Se 6 / 18 / 9

(à la fin du 9<sup>e</sup> et dernier exemple de la « règle en général ») :

Et ainsi peut l'on faire de toutes raisons semblables.

**Extrait n° 2 : Nicolas Chuquet, *Triparty en la science des nombres*, fol 28r-29v**

La règle de troys est ainsi appelée pource qu'elle requiert tousjours troys nombres desquels les deux premiers sont tousjours constituez en certaine proporcion et en telle proporcion qui sont establiz ceste règle sert pour trouver au tiers nombre son quart a luy proporcioné ainsi que est le second au premier. [...] Et qui multiplie le premier par le quart et le second par le tiers les deux multiplicacions sont egales. Aussi qui partyt l'ung semblant par l'autre et l'ung dissemblant par l'autre, les deux quociens sont egaulx. Le stile de ceste règle si est tel. Multiplie le tiers nombre par le second et puys partiz par le premier, ou multiplie ce que veulx savoir par son contraire et puys partiz par son semblant. [...]

*(Autre procédure pour uniformiser les calculs)*

Et pourtant que les nombres de ceste règle se pevent trouver en troys differances, car aucunes foiz ilz sont entiers, aucunes foiz routz et aucunes foyz entiers et routz ensemble. Et combien que tousjours en toutes differances de nombres on doive multiplier et partir ainsi que dessus est dit, toutesfoiz pour la varieté des nombres, le stile et maniere de faire seroyt aucune variation et difficulté. Pour laquelle chose faire facile et invariable en est cy mise une telle maniere de faire ; Les troys nombres posez par l'ordonnancement dessusdit, au nombre entier sans rout soit baillé 1 dessoubz eulx avec une ligne entredoux pour denominatedeur. Les entiers et routz soient reduitz et jointz avec leur rout. Les routz seuletz soient laissez en leur estre. Cela fait, multiplie le denominatedeur du premier nombre par le numerateur du second et encores par celui du tiers, si auras le nombre qui se doit partir. Puis apres multiplie le numerateur du premier par le denominatedeur du second et encores par celui du tiers, si auras le partiteur. Ores partiz le nombre a partir par le partiteur et sera fait, comme peult apparoir en plusieurs exemples ensuivants.

[...]

Plus. Se  $20 \frac{2}{3}$  valent 17, que vaudront  $\frac{5}{8}$  ? Response : reduiz les 20 en tiers en disant 3 foiz

20 sont 60 et 2 sont  $\frac{62}{3}$ . Puis metz 1 soubz 17 avec une ligne entredoux et seront  $\frac{17}{1}$ . Puis

apres multiplie 3 par 17 et encores par 5, si auras 255 pour nombre a partir. Encores multiplie 62 par 1 et plus par 8 et auras 496 pour partiteur. Maintenant partiz 255 par 496, si

auras  $\frac{255}{496}$ .

**Mise en œuvre de la règle de trois****Extrait n° 3 : *Traicté de la pratique d'algorisme*, fol. 37rv**

Comment l'on peut appliquer la règle de troys en fait de marchandye qui se vend a mesure.

[...] Une corde de toyle tirant 11 aulnes couste 3 escuz, l'on demande que couste l'aulne. Response : se 11 valent 3, que vaudra 1 ? Multiplie et partiz ainsi que la règle de troys requiert et trouveras  $\frac{3}{11}$  d'escu. Et tant vault l'aulne.

[...]

Item une piece de drap tirant 18 aulnes couste 26 escuz, l'on demande a combien viend l'aulne ? Response : se  $18 / 26 / 1 / ?$  Multiplie et partiz et trouveras 1 escu et  $\frac{4}{9}$  d'escu. Et a tant viend l'aulne.

**Extrait n° 4 : *Arithmetique* (Nantes médiathèque 456), 1488, fol. 50v**  
(*Premiers exemples relatifs au commerce*)

Si ung homme doit 15l. de la monnoye d'Avignon, et il veult paier son crediteur en monnoye de Lion [...] et 10l. Lion <valent> 16 d'Avignon. Assavoir quantes livres de Lion il doit paier a son crediteur pour estre quicte.

Dites par la règle de 3: si 16 valent 10, que vaudra 15? Multipliés 15 par 10 et partés ce qui en vendra par 16; et trouverés qu'il doit paier.

**Extrait n° 5 : *Arithmetique* (Nantes, médiathèque 456), fol. 70v**

Autre raison. Ung homme a tant d'argent a sa bourse que s'il en donne aujourduy la moytié pour Dieu, et l'endemain ce qui luy sera resté, le 1/3, et le tiers jour le quart, et luy devienent 2d. Assavoir combien il avoit d'argent. Responce : je pose 12, desquelz levés 1/2 restent 6, de laquelle reste levez 1/3 restent 4, desquelz 4, levez 1/4, restent 3. Puis dictes : si 3 viennent de 12, de combien me vendront 2 ? Responce : de 8. Ainsi avoit le dit homme en sa bourse 8d.

## Résolutions de problèmes

**Extrait n° 1 : Barthélemy de Romans, *Compendy de la pratique des nombres*, fol. 216v**  
(partager un nombre en deux parties dont on connaît le rapport)

S'ensuit la tierce maniere de compaignies, laquelle est pour partir tout nombre en deux parties inegales qui soient telles que, qui partira le plus grand par le meindre, le nombre quotiens soit celluy que l'on voudra. Pour laquelle est une regle general qui est telle.

Regle a propos

Adjouste 1 sus le nombre que veulz qui soit le quotiens et par celluy nombre qui viendra par le adjousterment tu partiz le nombre que veulz partir en deux parties inegales. Et ce que viendra par le partir sera la meindre partie et ce que restera jusques au compliement du nombre que veulz partir sera la plus grand.

Exemple

Sont deux hommes qui ont fait compaignie ensemble qui ont gagné 10 florins et les doivent partir en telle maniere qu'ilz soient inegalz. Et est que, qui partira la plus grand par la meindre, en viendra 29. Demande quelle est la meindre partie et quelle est la plus grand. Responce : adjouste 1 sus 29 que veulz qui soit le nombre quotiens, sont 30, par lesquelz 30

partiz 10, en viend  $\frac{1}{3}$ . Et  $\frac{1}{3}$  est la meindre partie et ce que reste a aller jusques a 10, qui

monte  $9\frac{2}{3}$ , est la plus grand. Par quoy le premier a  $\frac{1}{3}$  et le second a  $9\frac{2}{3}$ .

Item, partiz 10 a deux comme dessus, que le quotiens soit 14. Responce : adjouste 1 sus 14, sont 15, par lesquelz 15 partiz 10, en viend  $\frac{2}{3}$ . Et  $\frac{2}{3}$  est la meindre et  $9\frac{1}{3}$  est la plus grand.

**[Jordanus de Nemore, *De numeris datis*, XIIIe s, problème II-6** (ed. B. Hughes, Univ of California Press, 1981, p. 71-72)

« Si numerus datus dividatur in duo, quorum proportio fuerit data, utrumque eorum datum erit. Si enim proportio unius ad reliquum data fuerit, et totius ad idem data erit proportio. Cum ergo totium sit datum, erit et illud datum et ob hoc reliquum. Verbi gratia: dividatur X in duo, quorum unum quadruplum alteri. Itaque X erit ei quintuplum, et ipsum est duo. »]

**Extrait n° 2 : Traicté de la pratique d'algorithmes, fol. 84r**

**(Un exemple d'application de la règle de double fausse position)**

Ceste regle se appelle de deux faulses posicions pource que par deux faulsetez l'on trouve et parviend l'on a la verité et a ce que l'on veult faire. Ainsi que par plusieurs raisons cy apres posees peut plus a plain apparoir de la quelle la regle si est telle.

La regle

Plus et plus mems et mes sustrayons et plus et mems adjoustons.

Note la pratique

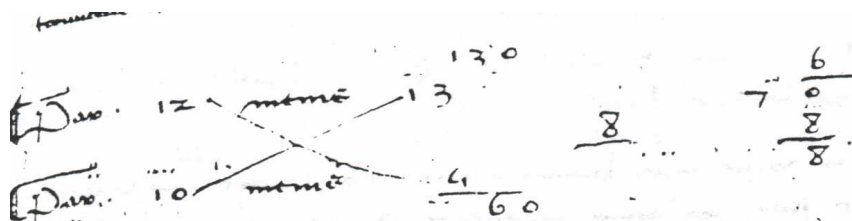
Pour avoir cognoissance de ceste regle ilz sont quatre choses a noter dont la premiere si est que en ceste regle l'on sustrait ou l'on adjouste 2 foiz dont la premiere est pour trouver le partiteur et l'autre est pour trouver ce que l'on veult partir. La premiere qui est pour trouver le partiteur se fait tantost apres que les deux faulses posicions sont faictes. La seconde qui est pour trouver le nombre qui se doit partir se fait quant la multiplication des deux posicions est faicte. La multiplication des deux posicions se fait en telle maniere que la premiere position multiplie ce que viend de la seconde, soit plus ou mems et la seconde posicion multiplie ce que est venu de la premiere, soit pareillement plus ou mems. Et ainsi icelles multiplication se font par maniere de croix et a celle fin que mieulx l'on puisse entendre la pratique et la maniere de faire sont posez cy apres troys exemples selon les troys parties de la regle.

*Le deuxième exemple (fol. 85v-86r)*

Item ung marchant a acheté 15 pieces de drap qui sont achetees a 9 et a 13 et coustent toutes ensemble 160 florins. L'on demande quantes il y en a de celles de 9 et aussi quantes de celles de 13.

Response : pose qu'il y aye 12 de celles de 9 ; par consequent il y en aura 3 de celles de 13. Et ainsi trouverons mems 13 de ce que voulons.

Item pour la seconde posicion pose qu'il y en aye 10 de celles de 9 ; par consequent il y en aura 5 de celles de 13. Et trouveras 5 mems de 160.



Et 8 pieces et 6/8 qui valent 3/4 y a de celles de 9 florins et le remenant est de celles de 13.

**Le rôle majeur de la règle : l'exemple de la règle de compagnies**

*La règle*

**Traicté de la pratique d'algorithmes, fol. 40v-41r**

Comment l'on se peut ayder de la regle de troys en fait de compaignyes.

La regle en fait de compaignye si est telle : par chacune multiplie et par toute ensemble partiz.

Exemple.

Troys marchants ont fait compaignie ensemble en marchandie dont l'ung a mis 10 escuz, l'autre 6 et le tiers a mis 8 escuz et ont gagné tous troys ensemble 15 livres de monnoye.

Assavoir mon combien dicelluy gaign viend a chacun, consideré la mise des ungs et des autres ?

Response : adjoste pour le premier 10 / 6 / 8 et sont 24 pour partiteur comun, puis multiplie 10 par le gaign qui est 15 et puis partiz par 24 et trouveras 6 livres et 1/4 pour la part de premier. Item multiplie 6 par 15 et puis partiz par 24 et trouveras 3 livres 3/4 pour le second. Item, multiplie 8 par 15 et puis partiz par 24 et trouveras 5 livres pour la part du tiers. Et tant en appartient a chacun. Et pareillement peut l'on faire des autres se plus ou moins y avoit et peut on coucher telles raisons en ceste maniere.

Se	24.	15.	10	∇	6	livres	1/4
			6		3		3/4
			8		5		
			24		15	livres	

### *Exemples d'utilisation de la règle*

#### **Barthélemy de Romans, *Compendy de la pratique des nombres*, fol. 172v**

Item, partiz 10 en troys parties, que la premiere soit a la seconde comme 1 a 2 et la seconde a la tierce comme 3 a 4. Response : donne son nombre proportional a 2 qui est de 3 a 4 et dy : si 3 donnent 4, que donneront 2 ? Multiplie et partiz, en viendra  $2\frac{2}{3}$ ; par quoy fay la raison que le premier est 1, le second est 2 et le tiers est  $2\frac{2}{3}$ . Par quoy use de la regle des compaignies.

#### **Francés Pellos, *Compendion de lo abaco*, 1492 : problèmes d'alliage, chapitre 15, fol. 63r**

*L'énoncé : Un marchand a trois sortes d'argent, à 5 onces 1/2, à 6 onces 1/2 et à 7 onces 3/4 de loi. Il veut les mélanger pour avoir de l'argent à 6 onces 3/4 et il en veut 32 marcs.*

*Combien de marcs doit-on prendre de chaque sorte ?*

*Soient  $P_1, P_2$  et  $P_3$  les poids cherchés (en marcs) et  $P = 32$*

*Le problème est ramené à la résolution suivante :*

$$P_1 + P_2 + P_3 = P = 32$$

$$P_1 / 1 = P_2 / 1 = P_3 / (1 \frac{1}{2})$$

*Puis à un problème de compagnie :*

Maintenant digas ensins : son tres merchans que fan una companhia. Lo prumier pausa 1. Lo segont pausa 1, lo ters pausa 1 he miech, et troben de gasayh 32. Cant tocha a cascun ? Fay ensins : ajustas totas tres sommas ensemble, et fan just 3 he miech. Et digas ensins : si 3 he miech val 32, cant val 1, cant 1 he cant 1 he miech. Et troberas per lo prumier mr. 9 he un setten, et per lo segont mr. 9 he un setten, et per lo ters mr. 13 he sinc settens, et es fach.

## Références des textes cités

Anonyme, *Compendi del art del algorisme*, (dit « Manuscrit de Pamiers »), c. 1420-1430  
Paris, Bibl. nat. France (fds fr. 4140) – Occitan.

Anonyme, *L'art d'arismetique*, c. 1460  
Paris, Bibl. nat. France (fds fr. 2050) – Français

Anonyme, *Arismatique*, c. 1460  
Paris, Bibl. nat. France (fds fr. 1339) – français

Anonyme, *Traicté de la praticque d'algorisme*, Lyon, avant 1476  
Cesena, Bibl. Malatestiana (S-XXVI-6) – Français

Barthélemy de Romans, *Compendy de la praticque des nombres*, Lyon, 1476  
Cesena, Bibl. Malatestiana (S-XXVI-6) – Français  
Edition : M. Spiesser, *Une arithmétique commerciale du XV<sup>e</sup> siècle, le Compendy de la praticque des nombres de Barthélemy de Romans*, Turnhout, Brepols, coll *De diversis artibus* 70, 2003.

Nicolas Chuquet, *Triparty en la science des nombres*, Lyon, 1484  
Paris, Bibl. nat. France (fds fr. 1346) – Français  
Edition : A. Marre, *Le Triparty en la science des nombres de Maistre Nicolas Chuquet parisien, ...*, *Bullettino di bibliografia et di storia delle scienze matematiche e fisiche* 13 (1880) I, p. 593-659 ; II et III, p. 693-814.

Jehan Certain, *Le Kadran aux marchans*, Bilbao et Marseille, 1485  
Paris, Bibl. Arsenal, (ms 2904) – Français

Anonyme, *Arithmeticque*, 1488  
Médiathèque de Nantes (ms 456) – Français

Frances Pellos, *Compendion de lo abaco*, Nice, 1492  
Imprimé à Turin – Occitan  
Edition : R. Lafont et G. Tournerie, *Frances Pellos, Compendion de lo abaco*, Montpellier, éd. de la Revue des Langues romanes, 1967