

Diophante 1

$$a u + c = b v$$

Le *kuṭṭaka*

Conditions d'existence

bhājyo hāraḥ kṣepakaś cāpavartyaḥ
 kena apy ādau saṃbhava kuṭṭakārthaṃ |
 yena cchinnau bhājyahārau na tena
 kṣepaś cet tad duṣṭam uddiṣṭam eva ||

D'abord, le **dividende**, le **diviseur** et l'**additif** doivent être simplifiés par un certain [nombre] quand cela est possible, en vue du *kuṭṭaka*. Si ce par quoi le **dividende** et le **diviseur** sont divisés ne [simplifie] pas l'**additif**, ce [problème] est mal posé.

	a	:	dividende
	b	:	diviseur
$a u + c = b v$	c	:	additif
	u	:	multiplicateur
	v	:	quotient

1^{er} algorithme

parasparam bhājitayor yayor yaḥ
śeṣas tayoh syād apavartanaṃ saḥ |

Ce qui reste sera le simplificateur de deux [nombres] dont la division mutuelle est [effectuée].

Division mutuelle (*parasparam bhājana*) :

On dit ceci : après avoir divisé l'un avec l'autre les deux nombres, on divisera l'autre par le reste de cette [division]. Ayant à nouveau opéré de la même manière, jusqu'à ce qu'il n'en reste qu'un, ce reste est le simplificateur des deux nombres en tant que diviseur.

Kriyākramakarī (xvi^e s.)

2^e algorithme

mitho bhajet tau dṛḍhabhājyahārau
yāvad vibhājye bhavatīha rūpam |

On divisera mutuellement ces **dividende** et **diviseur** irréductibles, jusqu'à ce qu'il y ait l'unité à la place du **dividende**.

Disposition

phalāny adho 'dhas tad adho niveśyaḥ
kṣepas tathānte kham . . . ||

Les quotients [devront être placés] l'un au-dessous de l'autre, au-dessous de cela doit être placé l'**additif** puis, à la place du dernier, zéro.

3^e algorithme

. . . upāntimena ||
svordhve hate 'ntyena yute tad antyaṃ
tyajen muhuḥ syād iti rāśiyugmam |

L'avant-dernier ayant multiplié celui qui est au-dessus de lui [puis], le dernier ayant été ajouté, on supprimera le dernier ; en renouvelant, on aura un couple de nombres.

Solutions

ūrdhvo vibhājyena dṛḍhena taṣṭaḥ
phalaṃ guṇaḥ syād aparo hareṇa ||

Celui du dessus, réduit au reste par le **dividende** irréductible, sera le **quotient** ; l'autre, [réduit au reste] par le **diviseur**, sera le **multiplicateur**.

Réduit au reste (*taṣṭa*) :

Quand le reste seulement est nécessaire dans une division, le quotient étant inutile, on emploie alors le mot conventionnel *taṣṭa*.

Sūryadāsa, com. *Sūryaparakāśa* (xvi^e s.)

$$17u + 5 = 15v \quad \begin{array}{l} 40 \\ 35 \end{array} = \begin{array}{l} 17 \times 2 + 6 \\ 15 \times 2 + 5 \end{array} \quad (\alpha, \beta) = (u_0 + bt, v_0 + at)$$

Diophante 2

$$px^2 \pm k = y^2$$

Le *cakravāla*

$$px^2 + 1 = y^2$$

Génération de triplets d'entiers $[x, y; k]$ vérifiant :

$$px^2 \pm k = y^2 \quad (p \text{ entier fixé})$$

p : *prakṛti*
 x : plus petite racine
 y : plus grande racine
 k : additif

hrasvajyeṣṭhakṣepakān nyasya teṣāṃ
 tān anyān vādho niveśya krameṇa |
 sādhyāny ebhyo bhāvanābhir bahūni
 mūlāny eṣāṃ bhāvanā procyate 'taḥ ||

Ayant posé la **plus petite**, la **plus grande** et l'**additif** puis placé respectivement au-dessous d'eux les mêmes ou d'autres, par leurs compositions (*bhāvanā*), de multiples **racines** sont calculées ; c'est pourquoi leur composition est enseignée.

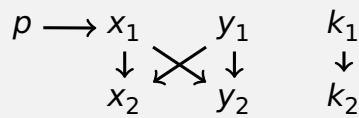
Les mêmes : $x_1 \quad y_1 \quad k_1$
 $x_1 \quad y_1 \quad k_1$

D'autres : $x_1 \quad y_1 \quad k_1$
 $x_2 \quad y_2 \quad k_2$

Bhāvanā

vajrābhyāso jyeṣṭhalaghvos tadaikyam
 hrasvam laghvor āhatiś ca prakṛtyā |
 kṣuṇṇā jyeṣṭhābhyāsayug jyeṣṭhamūlam
 tatrābhyāsaḥ kṣepayoḥ kṣepakaḥ syāt ||

Soit le produit en croix des **plus grandes** et des **plus petites**, leur somme est une **plus petite** et le produit des deux **plus petites**, multiplié par la *prakṛtiḥ*, ajouté au produit des **plus grandes**, est une **plus grande** ; alors, le produit des deux **additifs** sera un **additif**.



$$x_3 = x_1 y_2 + y_1 x_2$$

$$y_3 = p x_1 x_2 + y_1 y_2$$

$$k_3 = k_1 k_2$$

Simplification

iṣṭavargahr̥taḥ kṣepaḥ
 kṣepaḥ syād iṣṭabhājite |
 mūle te sto 'thavā kṣepaḥ
 kṣuṇṇaḥ kṣuṇṇe tadā pade ||

L'**additif** divisé par le carré d'un nombre choisi, sera un **additif** ; les deux **racines** divisées ce nombre choisi sont des **racines**. Ou bien, l'**additif** multiplié est un **additif**, dans ce cas, les **racines** sont multipliées.

$$k_1 = d^2 k'_1 = y_1^2 - p x_1^2 \quad k'_1 = \left(\frac{y_1}{d}\right)^2 - p \left(\frac{x_1}{d}\right)^2$$

hrasvajyeṣṭhapadakṣepān
 bhājyāprakṣepabhājakān |
 kṛtvā kalpyo guṇas tatra
 tathā prakṛtitaś cyute ||
 guṇavarge prakṛtyone
 'thavālpam śeṣakam yathā |

Après avoir fait d'une **plus petite racine**, d'une **plus grande** et d'un **additif**, un **dividende**, un **k-additif** et un **diviseur**, un **multiplicateur** doit être produit en sorte que dans cette procédure, le reste soit petit quand le carré du **multiplicateur** est ôté de la *prakṛti*, ou bien quand il est diminué de la *prakṛti*.

tat tu kṣepahṛtam kṣepo
 vyastah prakṛtitaś cyute ||
 guṇalabdhiḥ padam hrasvam
 tato jyeṣṭham ato 'sakṛt |
 tyaktvā pūrvapadakṣepāc
 cakravālam idam jaguḥ ||

Ce reste, divisé par l'**additif** est un [nouveau] **additif**, inversé s'il y a eu soustraction de la *prakṛti*. Le **quotient** associé au **multiplicateur** est une **plus petite racine**, d'où une **plus grande racine**.

Ensuite, les ayant mis de côté à plusieurs reprises, à partir des **racines** et **additifs** précédents, [les mathématiciens] appellent cette procédure « *cakravāla* ».

$$px_1^2 + k_1 = y_1^2$$

$$x_1 u + y_1 = k_1 v$$

$$(\alpha, \beta) : x_1 \alpha + y_1 = k_1 \beta \quad \alpha \text{ minimise } \alpha^2 - p \text{ ou } p - \alpha^2$$

$$k_2 = \frac{\alpha^2 - p}{k_1} \quad \text{ou} \quad k_2 = -\frac{p - \alpha^2}{k_1}$$

$$x_2 = \beta = \frac{x_1 \alpha + y_1}{k_1} \quad y_2^2 = px_2^2 + k_2$$

caturdvyekayutāv evam
abhinne bhavataḥ pade |
caturdvikṣepamūlābhyām
rūpakṣepārthabhāvanā ||

Suivant cette méthode, si l'**additif** est quatre, deux ou un, les deux **racines** sont non-fractionnaires.





À partir de deux **racines** associées aux **additifs** quatre et deux, une composition dont le but est un **additif** unité [doit être effectuée].

Prastāra
















Ou comment construire, de manière exhaustive, toutes les variations rythmiques (*bheda*) d'une mesure ayant une durée donnée.


D'après le *Samgītaratnākara*, traité de musique de Śārṅgadeva (xiii^e s).

Prastāra

druta	●	mesure de référence		demi-brève
laghu	┆	= 2 druta		brève
guru	■	= 2 laghu = 4 druta		longue
pluta	⊞	= 3 laghu = 6 druta		protractée

Exemple :

oS () )
llo () ) )
oloo () ) ) )
ooooo () ) ) ) ) )

Quatre variations d'une durée de 5 demi-brèves (o, )

nyasyālpam ādyān mahato
 'dhastāc cheṣaṃ yathopari |
 prāg ūne vāmasaṃsthāṃs tu
 saṃbhave mahato likhet |
 alpān asaṃbhave tāla-
 pūrtyai bhūyo 'py ayaṃ vidhiḥ ||
 sarvadrutāvadhiḥ kāryaḥ

Après avoir posé une plus petite au-dessous de la première plus grande, le reste est comme au-dessus.

S'il y a un manque au début, on écrira, si cela est possible, de plus grandes sur la gauche — en cas d'impossibilité des petites — pour compléter la mesure ; cette prescription, dont le terme est [une mesure composée] entièrement de demi-brèves, doit être exécutée à plusieurs reprises.

o I = 2 o S = 4 o Š = 6 o

Après avoir posé une plus petite au-dessous de la première plus grande, le reste est comme au-dessus.

S'il y a un manque au début, on écrira, si cela est possible, de plus grandes sur la gauche — en cas d'impossibilité des petites — pour compléter la mesure

Cette prescription, dont le terme est [une mesure composée] entièrement de demi-brèves...

o S	5
o I I	25
I o I	135
o o o I	145
S o	15
I I o	235
o o I o	145
o I o o	125
I o o o	135
o o o o o	145

